

Simulare Examenul de Bacalaureat Național – 18.04.2013

Model

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Exprimați numărul real $A = \log_{16} 25$ în funcție de $b = \log_{25} 100$.
- 5p 2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația:
$$\sqrt{x-8} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x-10}.$$
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{C} ecuația: $z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$.
- 5p 4. Fie mulțimea $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Să se determine numărul submultimilor cu trei elemente ale mulțimii A care conțin cel puțin un număr par.
- 5p 5. Să se arate că vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = (a+1)\vec{i} + a\vec{j}$ nu pot fi perpendiculari pentru nici o valoare reală a numărului a .
- 5p 6. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -2x & 4x^2 \\ 0 & 1 & -4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ din mulțimea $M_3(\mathbb{R})$.
- 5p a) Calculați $(A(2) - A(0))^{2010}$.
- 5p b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Demonstrați că matricea $A(x)$ este inversabilă și calculați inversa matricei $A(x)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - mX - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f se divide prin $X - 1$.
- 5p b) Pentru $m = 3$, calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.
- 5p c) Pentru $m = 0$, verificați dacă $(1 - x_1^2)(1 - x_2^2)(1 - x_3^2) = -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p a) Să se demonstreze că funcția este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty; 0]$.
- 5p b) Să se arate că graficul funcției f are exact două puncte de inflexiune.
- 5p c) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f spre $-\infty$.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

5p a) Calculați $\int_e^{e^2} xf(x)dx$.

5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe $(0,1)$ și strict crescătoare pe $(1, \infty)$.

5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t)dt}{(x-1)^2}$.