SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT – 7 FEBRUARIE 2013

Proba E. c)

MATEMATICA – *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\Delta < 0 \Leftrightarrow 1-4m<0$	**3p**
	$m\epsilon\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$	**2p**
2.	f injectivă $\Longrightarrow card(Imf)=5$	**1p**
	$Imf=\{-2,-1,0,1,2\}$	**2p**
	$f_{(-2)}+f_{(-1)}+f_{(0)}+f_{(1)}+f_{(2)}=-2-1+0+1+2=0$	**2p**
3.	$a_n=a_1+(n-1)r$	**1p**
	$\begin{cases} a_3=a_1+2r=4 \\ a_6=a_1+5r=13 \end{cases}$	**1p**
	$a_1=-2$ *și* $r=3 \implies a_{10}=a_1+9r=25$	**2p**
	$S_{10}=\frac{(a_1+a_{10})\cdot 10}{2}=115$	**1p**
4.	condiția de existență : $x>0, x\neq 1$	**1p**
	$\log_2 x+\log_2 x^2=\log_2 x+2\log_2 x=3\log_2 x$	**2p**
	$3\log_2 x=3 \Longrightarrow \log_2 x=1 \Longrightarrow x=2$	**2p**
5.	Dreptele $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ și $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ sunt perpendiculare dacă	
	$a_1a_2+b_1b_2=0$	**2p**
	$m(m-2)-3=0 \Leftrightarrow m^2-2m-3=0$	**1p**
	$m_1=3, m_2=-1$	**2p**
6.	$\sin 2x=2\sin x\cos x$	**1p**
	$\sin x+\cos x=\frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=\frac{1}{4}$	**2p**
	$\sin 2x=\frac{-3}{4}$	**2p**

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1.a)	$detA=0$	**2p**
	$d_2\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=1$	**2p**
	$rangA=2$	**1p**
1.b)	$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A^3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A^3+A^2+A=O_3$	**1p**
1.c)	din 2) $\Rightarrow A(A^2+A+I_3)=(A^2+A+I_3)A$	**3p**
	$B=A^2+A+I_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\neq O_3$	**2p**
2.a)	$(x-10)(y-10)+10=xy-10x-10y+110=$	**4p**
	$=xy-10(x+y)+110=xoy$	**1p**
2.b)	$(xoy)oz=xo(yoz), \forall x,y,z \in \mathbb{R}$	**1p**

	verificare	1p
	$\exists e \in \mathbb{R}$, a. î. $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \circ e = e \circ x = x \Rightarrow e = 11$	2p
	$x \circ y = y \circ x, \forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow (\mathbb{R}, \circ)$ monoid comutativ	1p
2.c)	$x \circ 10 = 10, \forall x \in \mathbb{R}$	2p
	$(-2013) \circ \ldots \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2013 = [(-2013) \circ \ldots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 9 \circ 11 \circ \ldots \circ 2013] \circ 10 = 10$	3p

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	2p
	$f'(x) < 0, \forall x > 0$	2p
	f *strict descrescătoare pe* $[0, +\infty)$	1p
1.b)	f continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ nu admite asimptote verticale	1p
	$\lim\limits_{x\to\infty} f_{(x)} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+1}} = 0$	
	$\Rightarrow y = 0$ *asimptotă orizontală la* $+\infty$	2p
	$\lim\limits_{x\to\infty} f_{(x)} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2+1}} = 0$	
	$\Rightarrow y = 0$ *asimptotă orizontală la* $-\infty$	1p
	Nu avem asimptote oblice	1p
1.c)	aplicăm Lema lui Cesaro-Stolz	
	$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f_{(\sqrt{1})} + f_{(\sqrt{2})} + \cdots + f_{(\sqrt{n})}}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{f_{(\sqrt{n+1})}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}} =$	2p
	$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+3-n-2}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n+2}} \cdot \frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{n+1-n}$	
	$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n+2}} = 1$ **3p**	
2.a)	$I_0 = \int_0^1 e^x\,dx = e - 1$	2p
	$I_1 = \int_0^1 xe^x dx = xe^x \Big\vert_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx = e - e + 1 = 1$	3p
2.b)	$I_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} e^x\,dx = x^{n+1}e^x \Big\vert_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x\,dx$	3p
	$\Rightarrow I_{n+1} = e - (n+1)I_n$	2p
2.c)	$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 x^n e^x (x-1)dx < 0 \implies (I_n)_{n\geq 1}$ şir strict descrescător	2p
	$0 \leq I_n \leq e - 1$	1p
	$(I_n)_{n\geq 1}$ convergent	1p
	$0 \leq I_n \leq \frac{e}{n+1} \implies \lim_{n\to\infty} I_n = 0$	1p