

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT
2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI, 26 APRILIE 2013****SUBIECT**

M_mate-info pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$. Rezolvați ecuația $f(f(x)) = x$.
- 5p 2. Determinați suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, dacă $a_1 = \log_2 4$ și $a_3 = \log_2 16$.
- 5p 3. Rezolvați ecuația $\sqrt{x} = x - 2$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre impare.
- 5p 5. Determinați semnul numărului $a = \cos 1 \cdot \cos 2$.
- 5p 6. Calculați lungimea medianei din A a triunghiului cu vârfurile $A(2,2), B(2,26), C(12,2)$.

SUBIECTUL II**(30 de puncte)**

1. Considerăm matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A \neq 0$.
- 5p b) Arătați că inversa matricei A este matricea B .
- 5p c) Verificați dacă $(A^n + A)(B^n - B) = B^{n-1} - A^{n-1}$ pentru orice număr natural $n \geq 2$.
2. Considerăm polinomul $f = X^4 - 2X^3 + X^2 - 4 \in \mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3, x_4 .
- 5p a) Arătați că restul împărțirii polinomului f la $X - 1$ este -4 .
- 5p b) Calculați câtul împărțirii polinomului f la polinomul $(X - 1)^2$.
- 5p c) Arătați că polinomul f are exact două rădăcini reale.

SUBIECTUL III**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei graficului funcției la $-\infty$.
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice număr real $m > 0$, ecuația $f(x) = m$ are o unică soluție în \mathbb{R} .
2. Pentru n natural nenul se definește $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.
- 5p a) Calculați I_1 .
- 5p b) Arătați că șirul I_n este convergent.
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(e^n + 2e^n + \dots + ne^n \right)$.