



**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL  
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI  
26 APRILIE 2013**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

*M\_mate-info* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$f(f(x)) = 4x + 3$ $4x + 3 = x \Leftrightarrow x = -1$	3p 2p
2.	$a_1 = 2, a_3 = 4$ $a_{10} = 11$ Suma este 65	2p 2p 1p
3.	Ecuția implică $x = x^2 - 4x + 4$ $x_1 = 4$ convine și $x_2 = 1$ nu convine	2p 3p
4.	Există 90 de numere de două cifre Există $5 \cdot 5 = 25$ de numere cu ambele cifre impare $p = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$	1p 2p 2p
5.	$1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos 1 > 0$ $2 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \Rightarrow \cos 2 < 0$ $a < 0$	2p 2p 1p
6.	Mijlocul segmentului $[BC]$ este $M(7,14)$ $AM = 13$	2p 3p

**SUBIECTUL II**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = 1 + 2 + 0 - 2 - 0 - 0$ $\det A = 1 \neq 0$	3p 2p
b)	$AB = I_3$ $BA = I_3$ Deoarece $AB = I_3$ și $BA = I_3$ , inversa matricii $A$ este matricea $B$	2p 2p 1p
c)	$(A^n + A)(B^n - B) = A^n B^n - A^n B + AB^n - AB$ $AB = I_3, A^n B = A^{n-1} I_3 = A^{n-1}, AB^n = I_3 B^{n-1} = B^{n-1}$ Din $AB = BA$ reiese $A^n B^n = (AB)^n = I_3$ . Finalizare	1p 2p 1p 1p
2.a)	Restul este $f(1)$ $f(1) = -4$	2p 3p
b)	$f = X^2(X-1)^2 - 4$ Deoarece $\text{grad}(-4) = 0 < 2 = \text{grad}(X-1)^2$ , câtul împărțirii este $X^2$ și restul este $-4$	3p 2p
c)	$f = (X^2 - X)^2 - 4 = (X^2 - X + 2)(X^2 - X - 2)$	3p

$x_{1,2} = \frac{1 \pm i\sqrt{7}}{2} \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}, x_3 = -1 \in \mathbb{R}, x_4 = 2 \in \mathbb{R}$	2p
--	----

**SUBIECTUL III**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	<p><math>f</math> este derivabilă pe <math>\mathbb{R}</math> și <math>f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = -1.</math></p>	2p 3p
<b>b)</b>	<p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1}{x} = -2</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)+2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1}+x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}-x} = 0</math></p> <p><math>y = -2x</math> este asimptotă la graficul funcției <math>f</math> spre <math>-\infty</math>.</p>	2p 2p 1p
<b>c)</b>	<p><math>f</math> continuă pe <math>\mathbb{R}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0</math>, <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty</math></p> <p><math>f'(x) &lt; 0, \forall x \in \mathbb{R}</math>, <math>f</math> strict descrescătoare, deci <math>f</math> injectivă.</p> <p>Finalizare.</p>	2p 2p 1p
<b>2.a)</b>	<p><math>I_1 = \int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx =</math></p> <p><math>e - e^x \Big _0^1 = e - e + 1 = 1.</math></p>	2p 3p
<b>b)</b>	<p><math>x^n \geq x^{n+1}</math>, oricare <math>x \in [0,1]</math>, se obține <math>x^n e^x \geq x^{n+1} e^x</math>, oricare <math>x \in [0,1]</math> și <math>I_n \geq I_{n+1}</math>, oricare <math>n</math> natural nenul</p> <p><math>x^n e^x \geq 0</math>, oricare <math>x \in [0,1]</math>, deci <math>I_n \geq 0</math>.</p> <p>Finalizare.</p>	2p 2p 1p
<b>c)</b>	<p>Se consideră <math>f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x e^x</math>, funcție continuă, șirul de diviziuni</p> <p><math>\Delta_n = \left(0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}\right)</math> cu <math>\ \Delta_n\  \rightarrow 0</math>, respectiv punctele intermediare <math>\frac{k}{n} \in \left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right], k = \overline{1, n}</math>.</p> <p><math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left( e^{\frac{1}{n}} + 2e^{\frac{2}{n}} + \dots + n e^{\frac{n}{n}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} e^{\frac{k}{n}} =</math></p> <p><math>= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx = I_1 = 1</math></p>	1p 2p 2p