Examenul de bacalaureat 2013
Proba E. c) simulare – 18.04.2013

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sun obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $3!$, $\sqrt[3]{1000}$, $\log_2 32$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$; $a, b\in\mathbb{R}$; $a\neq 0$. Să se arate că funcţia $f\circ f$ este strict crescătoare.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x+2^x=3$.

5p **4.** Câte numere de patru cifre $\overline{abcd}$, care au proprietatea $a<b<c<d$, există?

5p **5.** Să se cerceteze dacă există $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{v}=\vec{i}+a\vec{j}$ şi $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+a\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Fie $a, b\in\mathbb{R}$, astfel încât $a+b=\frac{3\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a-\sin 2b=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & m\\ 2 & m & 4\\ m & 4 & 5\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{Z})$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Pentru $m=3$ să se calculeze $\det(A)$.

5p **b)** Să se determine $m\in\mathbb{Z}$ astfel încât matricea A să aibă rangul 2.

5p **c)** Pentru $m=3$ să se arate că $\det(A+xI_3)\neq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$.

2. Se consideră polinoamele $f, g, h\in\mathbb{R}[X]$, $f=X-1$, $g=X^3-3X^2-6X+a$ şi $h=X^5-7X^4+$ $+6X^3+bX^2+cX+d$.

5p **a)** Arătaţi că f divide h dacă şi numai dacă $b+c+d=0$.

5p **b)** Pentru $a=8$, determinaţi $b, c, d\in\mathbb{R}$ astfel încât h să fie divizibil cu g.

5p **c)** Determinaţi $a\in\mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile polinomului g să fie în progresie aritmetică.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că $f(x)<\sqrt{2}-1$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(\sqrt{1})+f(\sqrt{2})+f(\sqrt{3})+\dots+f(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$.

2. Se consideră funcţiile $f, F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{-x^2}$ şi $F(x)=\int_1^x f(t)dt$.

5p **a)** Determinaţi punctele de inflexiune ale graficului funcţiei F.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 xf(x)dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeţei mărginite de graficul funcţiei F, axa OX, dreptele $x=0$ şi $x=1$.