# BAREM DE EVALUARE MATEMATICĂ- M1

♦ **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
♦ **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**

| | **Subiectul I** | **Punctaj** |
|---|---|---|
| **1.** | $z=5+i$;<br>$\|z\|=\sqrt{26}$ | **3p**<br>**2p** |
| **2.** | $x^3+8=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x^2-2x+4)=0 \Rightarrow$<br>$x_1=-2$;<br>$x^2-2x+4=0 \Rightarrow x_{2,3}=1\pm i\sqrt{3}$. | **3p**<br>**2p** |
| **3.** | $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2};\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2};\cos\frac{7\pi}{3}=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$;<br>$\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{4\pi}{3}+\cos\frac{7\pi}{3}=\frac{1}{2}$. | **3p**<br>**2p** |
| **4.** | Numerele prime formate dintr-o singură cifră sunt: $2,3,5,7$;<br>Numărul numerelor de trei cifre este 900;<br>Fie numărul<br>$\overline{abc}, a\in\{2,3,5,7\}$;<br>1. $a=2 \Rightarrow \overline{2bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere;<br>2. $a$=3 $\Rightarrow \overline{3bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere<br>3. $a$=5 $\Rightarrow \overline{5bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere;<br>4. $a$=7 $\Rightarrow \overline{7bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere;<br>Total=400 numere de trei cifre, cu prima cifră număr prim.<br>$P=\frac{400}{900}=\frac{4}{9}$. | **1p**<br>**1p**<br>**1p**<br>**2p** |
| **5.** | $d(A,d)=\frac{\|3\cdot x_A-4\cdot y_A-4\|}{\sqrt{3^2+4^2}}$;<br>$d(A(-1,-3),d)=\frac{\|-3+12-4\|}{5}=1$. | **3p**<br>**2p** |
| **6.** | $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}$;<br>$\cos 120^\circ=\cos(180^\circ-60^\circ)=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$;<br>$-\frac{1}{2}=\frac{4+16-a^2}{16} \Leftrightarrow a^2=28 \Rightarrow$<br>$a=2\cdot\sqrt{7}$ | **1p**<br>**1p**<br>**2p**<br>**1p** |
| | **Subiectul II** | |

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | a) A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$;<br>$\det A = -a^3;\ -a^3 \neq 0 \Rightarrow a \in \mathbb{R} - \{0\}$; | **2p**<br>**3p** |
| | b) $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix} = a^2 \cdot I_3$.<br>$A^2 \cdot X = a^2 \cdot I_3 \cdot X = a^2 \cdot X \cdot I_3 = X \cdot a^2 \cdot I_3 = X \cdot A^2$ | **3p**<br>**2p** |
| | $(a \cdot I_3 + b \cdot A) \in G$ dacă $A \cdot (a \cdot I_3 + b \cdot A) = (a \cdot I_3 + b \cdot A) \cdot A$.<br>c) $A \cdot (a \cdot I_3 + b \cdot A) = A \cdot a \cdot I_3 + A \cdot b \cdot A = a \cdot A \cdot I_3 + b \cdot A^2 = a \cdot I_3 \cdot A + b \cdot A^2 = (a \cdot I_3 + b \cdot A) \cdot A$. | **2p**<br>**3p** |
| **2.** | a) $g(X) = (X+1) \cdot (X+2)$. | 5p |
| | b)Polinomul $f$ se divide cu $g \Leftrightarrow (\forall)\alpha \in \mathbb{C}, g(\alpha) = 0 \Rightarrow f(\alpha) = 0$;<br>Rădăcinile polinomului g sunt: $x_1 = -1; x_2 = -2$;<br>$f(-1) = 1 \neq 0 \Rightarrow f$ nu se divide cu $g$.<br>$f(-2) = 1 \neq 0$ | **2p**<br>**1p**<br>**1p**<br>**1p** |
| | $f : g = q$, rest r, grad r<grad g=2 $\Rightarrow$ grad r $\leq 1 \Rightarrow$ r$= a \cdot X + b, a, b \in \mathbb{R}$;<br>$f = g \cdot q + r \Rightarrow f = (X^2 + 3X + 2) \cdot q + a \cdot X + b$;<br>$\left.\begin{array}{l} f(-1) = -a + b = 1 \\ f(-2) = -2 \cdot a + b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 0; b = 1; r = 1$ | **2p**<br>**1p**<br>**2p** |
| | **Subiectul III** | |
| **1.** | a) Funcția $f'$ este strict descrescătoare pe $\mathbb{R} \Leftrightarrow f''(x) < 0, (\forall) x \in \mathbb{R}$<br>$f'(x) = \frac{1}{e^x + 1}; f''(x) = \frac{-e^x}{(e^x+1)^2} < 0, (\forall) x \in \mathbb{R}$. | **2p**<br>**3p** |
| | b)<br>$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \ln \frac{e^x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală spre $\infty$.<br>$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \ln \frac{e^x}{e^x + 1} = -\infty \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală spre -$\infty$.<br>.<br>Calculăm asimptota oblică spre $-\infty$. Ecuația este | **2p**<br>**1p**<br>**2p** |

| | | |
|---|---|---|
| | y=mx+n,m $\neq 0$<br>m= $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-\ln(e^x+1)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{(e^x+1)}=1$<br>$n=\lim_{x\to-\infty}(f(x)-m\cdot x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\ln(e^x+1)-x)=\lim_{x\to-\infty}(-\ln(e^x+1))=0$<br>Dreapta $y=x$ este asimptotă oblică spre $-\infty$. | |
| | c). demonstrarea cerinței. | **5p** |
| **2.** | a). $\int_1^e f'(x)dx=f(x)\Big\vert_1^e=f(e)-f(1)=\frac{1}{2\cdot e}-1.$ | **5p** |
| | b) Fie $F$ o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x),x\in[1,\infty)$.<br>$F$ este strict crescătoare pe $[1,\infty)$ dacă $F'(x)>0,(\forall)x\in[1,\infty)\Rightarrow f(x)>0(A),(\forall)x\in[1,\infty)$. | **2p**<br>**3p** |
| | c)<br>$A=\int_a^{e^2}f(x)dx=\int_a^{e^2}\frac{1}{x\cdot(1+\ln x)}dx=\int_a^{e^2}\frac{(1+\ln x)'}{1+\ln x}dx=\ln(1+\ln x)\Big\vert_a^{e^2}=\ln 3-\ln(1+\ln a)=$<br>$\ln\frac{3}{1+\ln a}$;<br>$\ln\frac{3}{1+\ln a}=\ln\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{3}{1+\ln a}=\frac{3}{2}\Rightarrow 1+\ln a=2\Rightarrow a=e\in(1,e^2)$. | **3p**<br>**2p** |