



**EXAMEN DE BACALAUREAT
SIMULARE PROBA DE MATEMATICĂ, 26.03.2013
FILIERA TEORETICĂ, MATE-INFO**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I. (30 de puncte)

- 5p 1. Să se rezolve, în mulțimea numerelor complexe, ecuația: $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$
- 5p 2. Determinați $[\sqrt{n^2 + n}]$, $n \geq 1$, natural.
- 5p 3. Demonstrați că numărul $\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ este natural
- 5p 4. Să se demonstreze că pentru orice punct din planul paralelogramului $ABCD$ are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$
- 5p 5. Se consideră funcția $f: A \rightarrow B$, $f(x) = x^2 + x + 1$. Alegeți câte o mulțime A, B, intervale marginite de numere reale, astfel încât funcția f să fie bijectivă.
- 5p 6. Determinați $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, astfel încât $C_n^2 + A_n^2 = 30$

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Fie matricea $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, I_3 matricea unitate și $A = aI_3 + bB + cB^2$, $a, b, c \in \mathbb{R}$
- 5p a) Să se calculeze B^3
- 5p b) Să se calculeze B^{-1}
- 5p c) Să se demonstreze că, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$, $(a+b+c)\det(A) \geq 0$
2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$
- 5p a) Să se calculeze suma pătratelor celor 4 rădăcini ale polinomului f .
- 5p b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X+1)(X-2)$
- 5p c) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât polinomul f să aibă două rădăcini duble.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{nx} + x^3 - x^2 + x$, $n \in \mathbb{N}^*$, fixat.
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$
- 5p b) Demonstrați că f este funcție bijectivă.
- 5p c) Determinați un interval de numere reale pe care funcția dată este convexă.
2. Fie șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dat de $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 3x + 2} dx$
- 5p a) Să se calculeze I_1 .
- 5p b) Să se demonstreze că: $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
- 5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$