



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2013

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numerele naturale din mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} < x \leq 2 \right\}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 6$ și fie A și B punctele în care graficul funcției f intersectează axa Ox . Determinați lungimea segmentului AB .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x(x^2 + 2) = \log_x(3x)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din șirul $C_6^0, C_6^1, \dots, C_6^6$, acesta să fie par.
- 5p 5. Calculați distanța de la punctul $A(3, 2)$ la dreapta $g: x - y - 2 = 0$.
- 5p 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC știind că $AB = 6, B = \frac{\pi}{3}, C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 3 \\ 2x + my + 3z = 0, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \\ x + 3y + z = 4 \end{cases}$$
- 5p a) Calculați determinantul matricii sistemului.
- 5p b) Demonstrați că sistemul dat nu poate fi compatibil nedeterminat.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are o soluție (x_0, y_0, z_0) cu componentele în progresie aritmetică.
2. Se consideră polinoamele $f = X^5 - 1$, $g = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ și $h = X^2 + pX + q$, unde $p, q \in \mathbb{Q}$.
- 5p a) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul g .
- 5p b) Calculați suma pătratelor rădăcinilor polinomului g .
- 5p c) Știind că f și h au o rădăcină rațională comună, determinați un cel mai mare divizor comun al lor.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$ pe $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.



- 5p b) Determinați asimptota la ramura spre $+\infty$ a graficului funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f\left(\frac{a+b}{2}\right) \geq \frac{f(a)+f(b)}{2}$, pentru orice a și b strict mai mari decât 1.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ și notăm cu $I_n = \int_0^1 f^n(x) dx, n \in \mathbb{N}$.
- 5p a) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul funcției f , axa Ox și dreptele $x = -1$ și $x = 1$.
- 5p b) Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ este convergent.
- 5p c) Arătați că $2nI_{n+1} - (2n-1)I_n = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}^*$.