Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2013
Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \in (0,1)$	**2p**
	$\Rightarrow$ numerele naturale din A sunt 1 și 2.	**3p**
2.	$f(x)=0 \Leftrightarrow x \in \{-2,3\} \Rightarrow A(-2,0), B(3,0)$	**3p**
	$AB = \lvert x_1 - x_2 \rvert = 5$	**2p**
3.	$x>0, x \neq 1$	**1p**
	$x^2+2=3x \Leftrightarrow x \in \{1,2\}$	**3p**
	Soluția $x=2$.	**1p**
4.	$n=7$ (numărul cazurilor egal posibile)	**1p**
	$C_6^0 = C_6^6 = 1, C_6^1 = C_6^5 = 6, C_6^2 = C_6^4 = 15, C_6^3 = 20 \Rightarrow m=3$ (numărul cazurilor favorabile)	**2p**
	$P = \frac{m}{n}$, $P = \frac{3}{7}$.	**2p**
5.	$d(A,g) = \frac{\lvert ax_A + by_A + c \rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	**2p**
	$= \frac{1}{\sqrt{2}}$	**3p**
6.	$A = \frac{\pi}{2}$	**2p**
	$BC = 12, AC = 6\sqrt{2}$	**2p**
	$P = 6(3+\sqrt{3})$.	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & m & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	**2p**
	$\det A = m-16$.	**3p**
b)	Sistemul nu e Cramer: $\det A = 0 \Leftrightarrow m=16$	**1p**

	$\Delta_{\text{princ}}=\begin{vmatrix}3 & -1\\ 2 & 16\end{vmatrix}=50\neq 0$	2p
	$\Delta_{\text{car}}=170\neq 0 \Rightarrow$ sistem incompatibil; deci nu poate fi compatibil nedeterminat.	2p
c)	$2y=x+y$ și ecuațiile 1 și 3 $\Rightarrow x=\frac{3}{5}, y=\frac{4}{5}, z=1$	3p
	Din ecuația 2 $\Rightarrow m=-\frac{21}{4}$.	2p
2.a)	$f=(X-1)g$	4p
	Deci $C=X-1, R=0$.	1p
b)	$x_1+x_2+x_3+x_4=-1, x_1x_2+\ldots+x_3x_4=1$	2p
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=(x_1+x_2+x_3+x_4)^2-2(x_1x_2+\ldots+x_3x_4)$	2p
	$=-1$	1p
c)	$f(1)=0, f(-1)\neq 0 \Rightarrow$ Singura rădăcină rațională a lui f este $1 \Rightarrow$ rădăcina comună este 1	2p
	Suma rădăcinilor lui h, $y_1+y_2=-p\in\mathbb{Q}, y_1=1\Rightarrow y_2\in\mathbb{Q}$	2p
	$\Rightarrow y_2$ nu e rădăcină pentru f, deci c.m.m.d.c.$(f,h)=X-1$	1p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f(x)=x-\frac{1}{x-1}$	2p
	$\Rightarrow f'(x)=1+\frac{1}{(x-1)^2}$	3p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală	1p
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1=m,\ \lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0=n$	3p
	$y=x$ este asimptota oblică la $+\infty$	1p
c)	$f''(x)=-\frac{2}{(x-1)^3}<0$ pentru $x>1$	2p
	Deci f concavă pe $(1,+\infty)\Rightarrow f\left(\frac{a+b}{2}\right)\geq\frac{f(a)+f(b)}{2}$, pentru $a,b>1$.	3p
2.a)	$A=\int_{-1}^{1}\lvert f(x)\rvert dx$	2p
	$=arctgx\Big\vert_{-1}^{1}=\frac{\pi}{2}$	3p
b)	$f^n(x)\in(0,1]\Rightarrow I_n\in(0,1]$, deci șirul e mărginit	2p
	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1 f^n(x)(f(x)-1)dx, f(x)\leq 1\Rightarrow I_{n+1}\leq I_n$, deci este descrescător	2p
	Deci $(I_n)_{n\geq 1}$ este convergent.	1p

c)	$I_n = \int_0^1 x'\left(x^2+1\right)^{-n} dx = \frac{x}{\left(x^2+1\right)^n}\Big\|_0^1 + n\int_0^1 x\left(x^2+1\right)^{-n-1} \cdot 2xdx$	2p
	$= \frac{1}{2^n} + 2n\int_0^1 \frac{x^2+1-1}{\left(x^2+1\right)^{n+1}} dx = \frac{1}{2^n} + 2nI_n - 2nI_{n+1}$	2p
	Rezultă relația cerută.	1p