SIMULARE BACALAUREAT, 2013, M_mate-info

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Să se arate că $\frac{1+3i}{1-3i}+\frac{1-3i}{1+3i}$ este număr real.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:R\to R$, $f(x)=2^{x-1}$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2013)$

5p **3.** Câţi termeni iraţionali conţine dezvoltarea $\left(1+\sqrt{3}\right)^8$?

5p **4.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1}=5-x$

5p **5.** Să se determine numerele reale a ştiind că lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1,2)$ şi $B(4-a,4+a)$ este egală cu 5.

5p **6.** Ştiind că $x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$, să se calculeze $\sin x$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 2\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze $\det A$.

5p b) Să se verifice relaţia $A\left(A^2+6I_3\right)=O_3$.

5p c) Să se arate că $\det(I_3+xA^2)\geq 0$, $\forall x\in R$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-3x-3y+12$.

5p a) Să se demonstreze că $x\circ y\in(3,+\infty)$ pentru $\forall x,y\in(3,+\infty)$

5p b) Să se determine $x\in R$ pentru care $x\circ x=x$

5p c) Să se arate că funcţia $f:R\to(3,+\infty)$, $f(x)=e^x+3$ este un izomorfism de la grupul $(R,+)$ la grupul $((3,+\infty),\circ)$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to R$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

5p a) Să se determine asimptotele la graficul funcţiei f

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcţiei f

5p c) Să se arate că $e^{\pi}>\pi^{e}$

2. Se consideră funcţia $f:R\to R$, $f(x)=\frac{-x^3+2x^2-5x+8}{x^2+4}$

5p a) Să se calculeze $\int\left(x+f(x)-2\right)dx$

5p b) Să se calculeze $\int f(x)dx$

5p c) Să se determine primitiva $G:R\to R$ a funcţiei $g:R\to R$, $g(x)=\left(x^2+4\right)f(x)$ astfel încât $G(1)=-\frac{1}{12}$