

Examenul de bacalaureat 2013

Proba E. c)

Simulare 15.05.2013

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați partea imaginară a numărului complex  $(1+i)^8 + (1-i)^8$ .
- 5p 2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x - 3x^2$ . Să se ordoneze crescător numerele  $f(\sqrt{2})$ ,  $f(\sqrt{3})$  și  $f(\sqrt{\pi})$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x + 9^x = 2$ .
- 5p 4. Determinați numărul funcțiilor  $f: \{0,1,2,3\} \rightarrow \{0,1,2,3\}$  cu proprietatea că  $f(0) \cdot f(1) = 0$ .
- 5p 5. În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(0, -3)$  și  $B(4, 0)$ . Calculați distanța de la  $O$  la dreapta  $AB$ .
- 5p 6. Fie  $\alpha \in \mathbb{R}$  cu  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ . Calculați  $\sin 2\alpha$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} m^2x + my + z = 0 \\ x + m^2y + mz = 0, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \\ mx + y + m^2z = 0 \end{cases}$$
- 5p a) Determinați valorile lui  $m$  pentru care determinantul matricei sistemului este nul.
- 5p b) Rezolvați sistemul în cazul  $m = -1$ .
- 5p c) Arătați că sistemul nu are soluții  $(x_0, y_0, z_0)$  cu  $x_0, y_0, z_0$  numere reale strict pozitive.
2. Fie  $\mathbb{Z}_{25} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{24}\}$  inelul claselor de resturi modulo 25.
- 5p a) Arătați că suma elementelor inelului este  $\hat{0}$ .
- 5p b) Calculați produsul elementelor nenule ale inelului.
- 5p c) Determinați numărul elementelor inversabile ale inelului.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr natural  $n$ ,  $n \geq 3$ , se consideră funcția  $f_n: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^n - nx + 1$ .
- 5p a) Calculați  $f'_n(1)$ .
- 5p b) Arătați că ecuația  $f_n(x) = 0$  are exact două soluții în intervalul  $(0, +\infty)$ .
- 5p c) Fie  $a_n$  unica soluție din intervalul  $(0, 1)$  a ecuației  $f_n(x) = 0$ . Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ .
2. Se consideră șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx$ .
- 5p a) Calculați  $I_1$ .
- 5p b) Arătați că  $\frac{1}{n+1} I_{n+1} + n I_{n-1} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^n$ , pentru orice număr natural  $n \geq 2$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ .

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică