

EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2013- SIMULARE MATEMATICĂ

- Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică - informatică.
- Filieră vocațională, profil militar, specializarea matematică - informatică.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $2\bar{z} + z = 3 + 4i$.
- 5p 2. Știind că x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 3x + 1 = 0$, să se calculeze $x_1^3 + x_2^3$.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + 5^x - 2 \cdot 25^x = 0$.
- 5p 4. Se consideră dezvoltarea $\left(a^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^9, a \neq 0$. Să se determine rangul termenului care-l conține pe a^4 .
- 5p 5. Să se calculeze $\vec{u} - \vec{v}^2$ știind că $\vec{u} - \vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.
- 5p 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic care are catetele de lungimi 5 și 12.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$.
- 5p a) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $AB \in G$.
- 5p b) Să se găsească două matrice $C, D \in G$ pentru care $CD \neq DC$.
- 5p c) Să se arate că, dacă $A \in G$, atunci $I_2 - A + A^2 \in G$.
2. Se consideră mulțimea $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, funcția $f: \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \rightarrow \mathbb{Z}$,
 $f(a + b\sqrt{2}) = a^2 - 2b^2, \forall a, b \in \mathbb{Z}$ și mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \mid f(x) = -1\}$.
- 5p a) Să se verifice dacă $7 + 5\sqrt{2} \in A$.
- 5p b) Să se arate că pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$, $f(xy) = f(x)f(y)$.
- 5p c) Să se arate că mulțimea A este infinită.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$.
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- 5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x_0 = 0$.
- 5p c) Să se calculeze numărul punctelor de inflexiune ale funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{1}{n^2 + x^2}, n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinsă între graficul funcției f_1 , axele de coordonate și dreapta $x = 1$.
- 5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x (f_1(x))^2 dx$.
- 5p c) Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f_n(1) + f_n(2) + f_n(3) + \dots + f_n(n)) = \frac{\pi}{4}$.