

Simulare Examenul de Bacalaureat Național – 18.04.2013

Model

Proba E. c)

Matematică *M_șt-naturii*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se arate că $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cap (\log_2 3; \infty) = \emptyset$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Să se determine abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$.
- 5p 4. Să se determine $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, astfel încât C_n^3 să dividă C_{n+1}^3 .
- 5p 5. Fie punctele A(1,2), B(-1,3) și C(0,4). Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A al triunghiului ABC
- 5p 6. Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\operatorname{tg}^2 x = 6$. Să se calculeze $\cos^2 x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul:

$$D(a) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix}, \text{ unde } a \text{ este un număr real.}$$

- 5p a) Să se calculeze determinantul D(9).
- 5p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația D(a)=0.
- 5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația D(3^x)=0.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 2X^2 + aX - 8$.

- 5p a) Să se determine numărul real a astfel încât o rădăcină a polinomului f să fie egală cu 2.
- 5p b) Pentru a=4 să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 4$.
- 5p c) Să se demonstreze că, dacă $a \in (2, \infty)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{4} - \ln x$.

- 5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- 5p b) Să se determine punctul de extrem al funcției f.
- 5p c) Să se demonstreze că $\ln \sqrt{x} \leq \frac{x^2 - 1}{4}$ pentru orice $x \in (0, \infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$ și $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Să se arate că $F(x) = -f(x) + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se demonstreze că funcția $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = F(x) - f(x)$ este concavă pe \mathbb{R} .

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx$.