

**Simulare Examenul de Bacalaureat Național – 2013**

Model

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_șt-nat***

**Barem de evaluare și de notare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |   |          |
|----|---|----------|
| 1. | $2 \log_2 3 = \log_2 9 > \log_2 8 = 3 \Rightarrow \log_2 3 > \frac{3}{2}$   | 5p       |
| 2. | $x^2 - 4x + 3 = 0 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = 3$<br>$A(1;0) \quad B(3;0)$   | 5p       |
| 3. | $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0;1]$<br>$x+1-x+2\sqrt{x(1-x)}=1 \Rightarrow x_1=0 \quad x_2=1$  | 2p<br>3p |
| 4. | $\frac{C_{n+1}^3}{C_n^3} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{n+1}{n-2} \in \mathbb{N} \Rightarrow n-2 \text{ divide } 3 \Rightarrow n-2 \in \{1;3\} \Rightarrow n \in \{3;5\}$ | 5p       |
| 5. | $BC : x - y + 4 = 0 \Rightarrow d(A; BC) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$   | 5p       |
| 6. | $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 6 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{7}$  | 5p       |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.a) | $D(9)=96$  | 5p |
| b)   | $2a^2 - 8a + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = 1 \quad a_2 = 3$  | 5p |
| c)   | <b>Conform punctului b)</b> $\Rightarrow 3^x = 1 \text{ sau } 3^x = 3 \Rightarrow x \in \{0;1\}$ | 5p |
| 2.a) | $f(2) = 0 \Rightarrow a = 4$   | 5p |
| b)   | $f = X(X^2 - 2X + 4) - 8$  | 5p |
| c)   | $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 - 2a < 0 \text{ pentru } a \in (2; \infty)$                           | 5p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.a) | $f'(x) = \frac{x^4 - 1}{x}$  | 5p |
| b)   | $f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \notin (0; \infty) \end{cases}$ | 2p |

|             |  |  |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
|-------------|--|--|-----------|----------|----------|---------|-----------|--------------------|-----------|--------|--|---------------|--|-----------|
|             | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;"><b>x</b></td> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;"><b>1</b></td> <td style="text-align: right;"><b>∞</b></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>f'(x)</math></td> <td style="text-align: center;">  - - - - -</td> <td style="text-align: center;"><b>0</b> + + + + +</td> <td style="text-align: center;">+ + + + +</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>f(x)</math></td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{4}</math></td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>x_1 = 1</math> punct de minim</p> | <b>x</b>   | <b>0</b>  | <b>1</b> | <b>∞</b> | $f'(x)$ | - - - - - | <b>0</b> + + + + + | + + + + + | $f(x)$ |  | $\frac{1}{4}$ |  | <b>3p</b> |
| <b>x</b>    | <b>0</b>   | <b>1</b>   | <b>∞</b>  |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| $f'(x)$     | - - - - -  | <b>0</b> + + + + +                                 | + + + + + |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| $f(x)$      |  | $\frac{1}{4}$                                      |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| <b>c)</b>   | <p><b>Conform punctului b)</b> <math>\Rightarrow f(x) \geq f(1) \quad (\forall)x \in (0; \infty)</math></p> <p><b>Notăm</b> <math>x^2 = y \Rightarrow f(y) \geq f(1) \quad (\forall)y \in (0; \infty)</math> deci <math>\frac{y^2}{4} - \ln \sqrt{y} \geq \frac{1}{4}</math></p> <p><b>Adică</b> <math>\frac{y^2 - 1}{4} \geq \ln \sqrt{y}</math></p>  | <p><b>1p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>1p</b></p> |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| <b>2.a)</b> | <b>Calcul direct</b>   | <b>5p</b>  |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| <b>b)</b>   | $h''(x) = (F - f)''(x) = f'(x) - f''(x) = -2e^{-x} < 0 \quad (\forall)x \in R$ , deci <b>h concavă pe R</b>  | <b>5p</b>  |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |
| <b>c)</b>   | $\int_0^1 xf(x^2)dx = \int_0^1 x \cdot e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2}e^{-x^2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2e}$  | <b>5p</b>  |           |          |          |         |           |                    |           |        |  |               |  |           |