SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT – 7 FEBRUARIE 2013
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- ***Toate subiectele sunt obligatorii.***
- ***Se acordă 10 puncte din oficiu.***
- ***Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.***

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculați $x_1^2 + x_2^2$ în funcție de a, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $2x^2 - x - a = 0$, $a \in \mathbb{R}^*$.

5p **2.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + \log_2(x-1) = \log_2 12$.

5p **3.** Să se determine numărul de submulțimi de două elemente ale mulțimii $A = \{1,3,5,7,9\}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, x \in (0,2\pi)$.

5p **5.** Să se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului determinat de punctele $A(1,5)$; $B(2,-1)$; C(-3,7).

5p **6.** Raza cercului circumscris triunghiului *ABC* este $\frac{3}{2}$, iar *BC* =3. Să se calculeze $\sin A$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații (S): $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 2 \\ x + y + z = m \end{cases}$

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului (S).

5p **b)** Să se determine valorile parametrului real *m* astfel încât sistemul să fie de tip Cramer și să se rezolve sistemul (S) în acest caz.

5p **c)** Fie tripletul *(x,y,z)* soluție a sistemului (S). Determinați valorile parametrului real *m* pentru care $x - y < z$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = x + y + xy$.

5p **a)** Arătați că legea " $*$ " este asociativă.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii " $*$ ".

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 * 2 = x * 4$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^{2013} + 2013^x$.

5p **a)** Să se determine $f'(x), x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția este convexă pe $(0, \infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul *n* se consideră funcția $f_n: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f_n(x) = (x+n)e^x$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f_1(x)dx$.

5p **b)** Arătați că funcția f_{2011} este o primitivă a funcției f_{2012} .

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^1 f_n(x)dx \geq \frac{9n+5}{6}$, pentru orice număr natural nenul *n*, folosind eventual inegalitatea $e^x \geq x + 1$, adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R}$.