

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013
LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI**
26 APRILIE 2013
SUBIECT
M2-științe ale naturii pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

SUBIECTUL I (30p)

- 5p 1. Demonstrați că $\log_3 27 + \log_2 \frac{1}{2} > \sqrt[3]{7}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 15$. Calculați produsul $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2013)$.
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $3^{x-1} + 2 \cdot 3^x = 21$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{1; 2; 3; \dots; 40\}$, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p 5. Se consideră în sistemul de axe de coordonate cartezian xOy , punctele $A(1, -1), B(2, 3), C(a, b)$. Determinați numerele reale a, b în cazul în care B este mijlocul segmentului (AC) .
- 5p 6. Calculați $\operatorname{tg} x$, știind că $\sin x = \frac{1}{3}$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ m & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ mx + y + 2z = 1 \\ -x + z = 3 \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați determinantul matricei A .
- 5p b) Determinați valorile reale ale parametrului m pentru care matricea A este inversabilă.
- 5p c) Rezolvați sistemul pentru $m = -2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 - aX + b$ cu a, b numere reale și x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului f .
- 5p a) Determinați valoarea parametrului b în cazul în care $x_1 x_2 x_3 = 1$
- 5p b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5p c) Determinați numerele reale a și b pentru care polinomul f este divizibil cu $X^2 - 4$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^2}$.
- 5p a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{-x-4}{(x-2)^3}$;
- 5p b) Determinați asimptotele la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) + \frac{1}{12} \geq 0, \forall x \in (-\infty; 2)$.
2. Se consideră funcția $f: [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{9-x^2}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^e f^2(x) dx$.
- 5p b) Calculați $\int_1^e (f^2(x) + x^2) \ln x dx$.
- 5p c) Demonstrați că $\int_0^1 f(x) dx \leq 3$.

