

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT  
2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI**

**26 APRILIE 2013**

**BAREM**

*M2-științe ale naturii* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii;

**Orice variantă de rezolvare corectă și completă se punctează corespunzător.**

**SUBIECTUL I**
**(30 de puncte)**

1.	Inegalitatea este echivalentă cu $\log_3 3^3 + \log_2 2^{-1} > \sqrt[3]{7}$ $3 - 1 > \sqrt[3]{7}$ $8 > 7$	2p 2p 1p
2.	$f(3) = 0$ $f(0) \cdot f(1) \cdot \dots \cdot f(2013) = 0$	3p 2p
3.	Ecuția este echivalentă cu $3^{x-1}(1+2 \cdot 3) = 21$ $3^{x-1} = 3$ $x - 1 = 1$ $x = 2$ .	1p 1p 2p 1p
4.	Sunt 40 de numere în mulțimea dată, dintre care, divizibile cu 4: 10 $\Rightarrow P = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ .	3p 2p
5.	$B$ mijlocul segmentului $(AC)$ implică $x_B = \frac{x_A + x_C}{2}, y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$ . $2 = \frac{a+1}{2}$ $3 = \frac{-1+b}{2}$ $a = 3, b = 7$ .	2p 1p 1p 1p
6.	Din $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ $\Rightarrow \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ (Sau din $\operatorname{tg}^2 x = \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ $\Rightarrow \operatorname{tg} x = -\sqrt{\frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ )	2p 2p 1p (3p) (2p)

**SUBIECTUL II**

(30 de puncte)

<b>1.a)</b>	$\det A = 3 - 4 - 1 - 2m = -2 - 2m = -2(1 + m)$	<b>5p</b>
<b>b)</b>	Matricea $A$ este inversabilă dacă și numai dacă $\det A \neq 0$ . $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$d = \det A = 2$	<b>1p</b>
	$d_x = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 12 + 3 - 2 = 13$	<b>1p</b>
	$d_y = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 6 - 1 - 18 = -10$	<b>1p</b>
	$d_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 2 + 12 = 19$	<b>1p</b>
	$x = \frac{13}{2}; y = -5; z = \frac{19}{2}$	<b>1p</b>
<b>2.a)</b>	Din relațiile lui Viete, $x_1 x_2 x_3 = -b$ $b = -1$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = s_1^2 - 2s_2 =$ $= 1 + 2a$ .	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f$ este divizibil cu $x^2 - 4 \Leftrightarrow f(2) = 0; f(-2) = 0$ ,	<b>2p</b>
	$\begin{cases} 8 + 4 - 2a + b = 0 \\ -8 + 4 + 2a + b = 0 \end{cases}$	<b>2p</b>
	$\Rightarrow a = 4, b = -4$	<b>1p</b>

**SUBIECTUL III**

(30 de puncte)

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(x-2)^2 - 2(x-2)(x+1)}{(x-2)^4} =$ $= \frac{(x-2)(x-2-2x-2)}{(x-2)^4} =$ $= \frac{-x-4}{(x-2)^3}$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 2$ asimptotă verticală $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală la $-\infty$ și la $+\infty$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	Din semnul derivatei pe $(-\infty, 2)$ ,	<b>2p</b>

	$f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -4)$ și $f'(x) > 0, \forall x \in (-4; 2)$ $\Rightarrow f$ strict descrescătoare pe $(-\infty, -4)$ și strict crescătoare pe $(-4, 2)$ $\Rightarrow f(-4) = -\frac{1}{12}$ minim al funcției pe $(-\infty, 2)$ $\Rightarrow f(x) \geq f(-4), \forall x \in (-\infty, 2)$ adică $\Rightarrow f(x) + \frac{1}{12} \geq 0, \forall x \in (-\infty, 2)$	1p  1p  1p
2.a)	$\int_1^e f^2(x) dx = \int_1^e (9 - x^2) dx =$ $= 9x \Big _1^e - \frac{x^3}{3} \Big _1^e = 9e - 9 - \frac{e^3}{3} + \frac{1}{3}$	2p  3p
b)	$\int_1^e (9 - x^2 + x^2) \ln x dx = \int_1^e 9 \ln x dx = 9x \ln x \Big _1^e - \int_1^e 9x(\ln x)' dx$ $= 9e - 0 - 9 \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx = 9e - 9x \Big _1^e = 9e - 9e + 9 = 9$	3p  3p
c)	$\sqrt{9 - x^2} \leq \sqrt{9} = 3, \text{ oricare } x \in [0, 1]$ $\Rightarrow \int_0^1 \sqrt{9 - x^2} dx \leq \int_0^1 3 dx$ $\int_0^1 f(x) dx \leq 3$	2p  2p  1p