

**Examenul de bacalaureat 2013**  
**Proba E. c) simulare – 18.04.2013**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele - naturii.*

- Toate subiectele sun obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Să se ordoneze crescător numerele  $3!$ ,  $\sqrt[3]{1000}$ ,  $\log_2 32$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$ . Să se arate că funcția  $f \circ f$  este strict crescătoare.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x + 2^x = 3$ .
- 5p 4. Câte numere de patru cifre  $\overline{abcd}$ , care au proprietatea  $a < b < c < d$ , există?
- 5p 5. Să se cerceteze dacă există  $a \in \mathbb{R}$  pentru care vectorii  $\vec{v} = \vec{i} + a\vec{j}$  și  $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + a\vec{j}$  sunt perpendiculari.
- 5p 6. Fie  $a, b \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $a + b = \frac{3\pi}{2}$ . Să se arate că  $\sin 2a - \sin 2b = 0$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} 2x - 5y + 4z = 0 \\ -3x + y + z = -1, \\ 2x - z = a \end{cases} a \in \mathbb{Z}$$
 și notăm cu  $A$  matricea sistemului.
- 5p a) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
- 5p b) Pentru  $a = 1$  să se rezolve sistemul.
- 5p c) Să se determine cea mai mică valoare a lui  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care soluția sistemului este formată din trei numere naturale.
2. Fie polinomul  $f = x^3 + ax^2 - ax - 4$  care are coeficienții numere reale.
- 5p a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x_1 + x_2 + x_3 = -2$ , unde  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p b) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu polinomul  $X^2 - 1$ .
- 5p c) Să se determine  $a \in \mathbb{Z}$  pentru care polinomul  $f$  are o rădăcină rațională pozitivă.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$ .
- 5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Să se demonstreze că  $f(x) \geq 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- 5p c) Să se scrie ecuația asimptotei oblice către  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcțiile  $f_n: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = e^{-x} x^n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  și  $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$ .
- 5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 e^x f_1(x) dx$ .
- 5p b) Să se arate că  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f_1(t) dt = 1$ .
- 5p c) Să se demonstreze că  $I_n = -\frac{1}{e} + nI_{n-1}$ ,  $n \geq 2$ .