

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

EXAMEN DE BACALAUREAT  
SIMULARE, PROBA DE MATEMATICĂ, 26.03.2013  
FILIERA TEORETICĂ, M2, ȘTIINȚELE NATURII

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I. (30 de puncte)**

- 5p 1. Dacă  $x = \log_{48} 2$ , să se calculeze  $y = \log_{108} 3$
- 5p 2. Fie  $x_1, x_2$  rădăcinile ecuației  $x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ . Să se arate că  $\sqrt{2}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) + 2x_1x_2 \in \mathcal{Q}$
- 5p 3. Să se rezolve inecuația  $C_{3n+2}^{2n^2} \geq 8$
- 5p 4. Să se calculeze  $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots 9}_{2013 \text{ cifre}}$
- 5p 5. Să se calculeze  $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 140^\circ + \cos 160^\circ$
- 5p 6. Să se scrie ecuația medianei din  $A$  a triunghiului  $ABC$  dacă  $A(1, 2), B(2, 3)$  și  $C(4, 3)$

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

1. Fie matricea.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p a) Să se calculeze matricea  $A^2 - 2A + I_2$
- 5p b) Să se calculeze matricea  $A^n, n \in \mathbb{N}^*$
- 5p c) Să se calculeze  $A^{-1}$
2. Pe mulțimea  $R$  se consideră legea de compoziție  $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$
- 5p a) Să se arate că  $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$
- 5p b) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația  $x \circ x = 19$
- 5p c) Știind că legea "o" este asociativă, să se calculeze  $\sqrt[3]{1} \circ \sqrt[3]{2} \circ \sqrt[3]{3} \circ \dots \circ \sqrt[3]{2013}$

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : R - \{-1, 1\} \rightarrow R, f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$
- 5p a) Să se determine asimptota la graficul funcției, spre  $+\infty$
- 5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției.
- 5p c) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de pe grafic de abscisă  $x_0 = 2$
2. Pentru  $m \in R$  se consideră funcțiile  $f_m : R \rightarrow R, f_0(x) = xe^x$  și  $f_m(x) = (x - m)e^x$
- 5p a) Demonstrați că funcția  $f_1$  este o primitivă a funcției  $f_0$ .
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane determinate de graficul funcției  $f_0$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$
- 5p c) Demonstrați că  $\int_0^1 f_{2012}(x^2) dx \geq \int_0^1 f_{2013}(x^2) dx$ .