Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2013
Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Demonstraţi că numărul $E=\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ este natural.

5p **2.** Determinaţi funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$, ştiind că reprezentarea sa grafică într-un sistem de axe xOy conţine punctele $O(0,0)$, $A(2,2)$ şi $B(-1,2)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(3x-2)+\log_2(x+2)=4$.

5p **4.** Aflaţi probabilitatea ca, alegând un element al mulţimii $\{0,1,2,3,4,5,6\}$, acesta să verifice inecuaţia $n!<50$.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ de arie 12 şi având $AB=3$. Calculaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Dacă $\sin a=\frac{3}{5}$, $a\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, calculaţi $\sin 2a=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II - lea (30 de puncte)

1. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 6 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p a) Calculaţi A^2-B.

5p b) Determinaţi matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuaţia $A^2\cdot X=I_2$.

5p c) Arătaţi că $\det(I_2-xA)>0$, oricare ar fi numărul real x.

2. Fie polinomul $f=X^3+2X^2+aX+b$, unde a şi b sunt numere reale.

5p a) Determinaţi valorile reale ale lui a şi b pentru care f este divizibil cu X^2+X+1.

5p b) Pentru $a=2$ şi $b=1$, descompuneţi polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

5p c) Notând cu x_1,x_2,x_3 rădăcinile polinomului f, determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)+x_3(x_3-1)=-2$.

SUBIECTUL al III - lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

5p a) Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x^2-1)}{(x^2+x+1)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p b) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A(0,1)$.

5p c) Demonstraţi că $\frac{2}{3}\leq f(x^4)+f(x^2)\leq 2$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=1-x^2$

5p a) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul funcției *f*, axa Ox și dreptele $x=1$ $x=2$.

5p b) Calculați $\int_{-1}^{1} x^3 f(x)dx$.

5p c) Arătați că $(2n+3)\int_0^1 f^{n+1}(x)dx=(2n+2)\int_0^1 f^n(x)dx$, oricare ar fi numărul natural nenul *n*.