

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_2 = 7$ și rația $r = 3$. Determinați a_{10} .
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $3x^2 - x - 2 \leq 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $243^x = \sqrt{3}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 11\}$, acesta să verifice inegalitatea $n! < 1000$.
- 5p 5. Știind că $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, determinați numerele reale a și b astfel încât $4\vec{u} - 5\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$.
- 5p 6. Determinați aria triunghiului ABC știind că $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$ și lungimea laturii $[BC]$ este de 8 cm.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare:
$$\begin{cases} x + ay - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 4 \\ ax + 2y + z = -2 \end{cases}$$
, unde a este număr real. Notăm cu A matricea sistemului.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Aflați numărul real a pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Pentru $a = 0$, determinați soluția sistemului.
2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 + X^3 - X^2 + X + 1$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 și $g = X^2 + 3X + 2$.
- 5p a) Determinați restul împărțirii lui f la g .
- 5p b) Calculați $(1 + x_1) \cdot (1 + x_2) \cdot (1 + x_3) \cdot (1 + x_4)$.
- 5p c) Calculați $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3}$.
- 5p a) Calculați derivata f' a funcției f .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției f spre $+\infty$.
- 5p c) Arătați că f este mărginită pe \mathbb{R} .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^{2x}, & x \leq 0 \\ \sin x, & x > 0 \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [0; \pi] \rightarrow [0; 1]$, $g(x) = f(x)$, oricare ar fi $x \in [0; \pi]$.
- 5p c) Calculați $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.