Barem SIMULARE BACALAUREAT, 2013, M_st_nat

Pentru orice soluție corectă dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a puntajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

1	$\log_2 \frac{12}{5} - \log_2 3 = \log_2 \frac{\frac{12}{5}}{3} = \log_2 \frac{4}{5}$	2p
	$\log_2 \frac{12}{5} - \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 \frac{4}{5} + \log_2 5 = \log_2\left(\frac{4}{5}\cdot 5\right) = \log_2 4$	2p
	$\log_2 \frac{12}{5} - \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2\log_2 2 = 2\cdot 1 = 2$	1p
2	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m$ și $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -m-6$	2p
	$4(x_1+x_2) + x_1x_2 = 4m - m - 6 = 3m - 6$	1p
	$4(x_1+x_2) + x_1x_2 = 0 \Rightarrow 3m - 6 = 0 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$	2p
3	$4^{x+2} = 2^{x^2+5} \Leftrightarrow \left(2^2\right)^{x+2} = 2^{x^2+5} \Leftrightarrow 2^{2x+4} = 2^{x^2+5}$	2p
	$2x + 4 = x^2 + 5 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$	2p
	$x = 1$ soluție	1p
4	Numărul submulţimilor cu 3 elemente ale unei mulţimi cu 6 elemente este C_6^3	2p
	$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!\cdot 3!}$	2p
	$C_6^3 = 20$	1p
5	$dist(A,d) = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	1p
	$dist(A,d) = \frac{\lvert 4\cdot 0 + (-3)\cdot 3 + (-1)\rvert}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{\lvert 0 - 9 - 1\rvert}{\sqrt{16+9}}$	3p
	$= \frac{\lvert -10\rvert}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$	1p
6	$a = BC$, $b = AC = 6$, $c = AB = 4$	1p
	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 6^2 + 4^2 - 2\cdot 6\cdot 4\cdot \cos 60^\circ$	2p
	$a^2 = 36 + 16 - 48\cdot \frac{1}{2} = 28$	1p
	$a = 2\sqrt{7}$	1p

SUBIECTUL II

1 a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ $\det A = 10 + 24 + 60 - 60 - 10 - 24 = 0$ sau $\det A = 0$ deoarece coloana 2 este egală cu coloana3	2p 3p
1 b)	Înlocuirea corectă a valorilor $x = 7, y = 1, z = 1$ în fiecare ecuaţie a sistemului $7 + 4 + 4 = 15$ adevăr, $21 + (a+4) + 5 = 22$ şi $21 + 2 + (3 - a) = 16$ Rezolvând ecuaţiile găsim $a = -8$ şi $a = 10$ Deci $(7,1,1)$ nu poate fi soluţie a sistemului	2p 2p 1p
1 c)	Înlocuind $y_0 + z_0 = 3$ în prima ecuaţie a sistemului găsim $x_0 = 3$ Scăzând ultimele două ecuaţii ale sistemului obţinem $(a+2)(y_0 + z_0) = 6 \Rightarrow (a+2)\cdot 3 = 6 \Rightarrow a = 0$ Folosind valorile determinate pentru $x_0 = 3$ şi $a = 0$ putem rezolva sistemul $\begin{cases} y_0 + z_0 = 3 \\ 4y_0 + 5z_0 = 13 \end{cases}$ De unde obţinem $y_0 = 2$ şi $z_0 = 1$ Verificăm valorile în a treia ecuaţie a sistemului $3\cdot 3 + 2\cdot 2 + (3-0)\cdot 1 = 16$ adevăr , deci $x_0 = 3$, $y_0 = 2$ şi $z_0 = 1$	1p 1p 2p 1p
2 a)	$x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21 = 2x(y-3) - 6y + 18 + 3 =$ $= 2x(y-3) - 6(y-3) + 3 =$ $= 2(x-3)(y-3) + 3$	2p 2p 1p
2 b)	$x \circ x = 2x^2 - 6x - 6x + 21 = 2x^2 - 12x + 21$ $2x^2 - 12x + 21 = 11 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0 \,\vert : 2$ $x^2 - 6x + 5 = 0$, $\Delta = 16$, $x_1 = 1$, $x_2 = 5$	1p 2p 2p
2 c)	Se observă că $x \circ 3 = 3, \quad \forall x \in R$ Luăm $x = 1 \circ \sqrt{2} \circ ... \circ \sqrt{8} \circ \sqrt{10} \circ .... \circ \sqrt{2013}$ Operaţia fiind asociativă avem că $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ ....\sqrt{8} \circ \sqrt{9} \circ \sqrt{10} \circ ... \circ \sqrt{2013} = x \circ \sqrt{9} = x \circ 3 = 3$	2p 1p 2p

SUBIECTUL III

1 a)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$ $f'(x)=\left(e^x+x^2\right)'=e^x+2x$ $f'(1)=e^1+2\cdot 1=e+2$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=e+2$	1p 2p 1p 1p
1 b)	$f''(x)=\left(e^x+2x\right)'=e^x+2$ $f''(x)=e^x+2>0$, $\forall x\in R$ deci f este convexă pe R	3p 2p
1 c)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(e^x+x^2\right)=\infty+\infty=\infty$ rezultă că f nu are asimptotă orizontală spre ∞ Căutăm asimptotă oblică $y=mx+n$ spre ∞ $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x+x^2}{x}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\underset{L'H}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x+2x}{1}=\infty+\infty=\infty$ rezultă că f nu are asimptotă oblică spre ∞	2p 1p 2p
2 a)	Dacă $F:(0,+\infty)\to R$ este o primitivă a lui $f:(0,+\infty)\to R$ atunci F este derivabilă pe $(0,+\infty)$ și $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in(0,+\infty)$ $F'(x)=f(x)=\ln x-x$ $F''(x)=f'(x)=(\ln x-x)'=(\ln x)'-x'=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$ $\frac{1-x}{x}<0$ pentru $x\in(1,+\infty)$, deci F concavă pe $(1,+\infty)$	1p 1p 2p 1p
2 b)	$\int(x-f(x)+\ln x)^2dx=\int(x-\ln x+x+\ln x)^2dx=$ $=\int(2x)^2dx=\int 4x^2dx=$ $=4\frac{x^3}{3}+C$	2p 2p 1p
2 c)	$g(x)=\frac{f(x)}{x}=\frac{\ln x-x}{x}=\frac{1}{x}\ln x-1$ $G(x)=\int g(x)dx=\int\left(\frac{1}{x}\ln x-1\right)dx=\int\frac{1}{x}\ln x\,dx-\int dx=\int(\ln x)'(\ln x)dx-\int dx=\frac{\ln^2 x}{2}-x+C$ $G(1)=\frac{\ln^2 1}{2}-1+C=-1+C$ $-1+C=\frac{1}{2}\Rightarrow C=\frac{3}{2}$ deci $G(x)=\frac{\ln^2 x}{2}-x+\frac{3}{2}$	1p 2p 1p 1p