

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI SUCEAVA

Examenul de bacalaureat 2013

Proba E. c)

Simulare 15.05.2013

Probă scrisă la Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limita punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

1	Condiția : $2(4x - 5) = (2x - 3) + (5x - 3)$	3
	Soluția $x = 4 \in \mathbb{R}$	2
2	$\Delta > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	2
	$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 0 \Rightarrow m = 0 \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	3
3	Ecuția dată se scrie $3^{2x} + 3^x - 2 = 0$	1
	Notând $3^x = y$ obținem ecuația $y^2 + y - 2 = 0$ cu soluțiile -2 și 1	2
	Cum $3^x > 0$, convine doar $3^x = 1$, deci $x = 0$	2
4	Numărul submulțimilor ce conțin un număr par $2 \cdot C_3^2 = 6$	2
	Numărul submulțimilor ce conțin două numere pare $C_3^1 = 3$	2
	Există 9 submulțimi ce conțin cel puțin un număr par.	1
5	$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$	2
	$6 - x_A = -3 \Rightarrow x_A = 9$ și $-8 - y_A = 4 \Rightarrow y_A = -12$	2
	$A(9, -12)$	1
6	Condiția de existență $x \in (5, +\infty)$ și soluția ecuației $x = 8 \in (5, +\infty)$, deci $P = 8$.	3
	$S = p \cdot r = \frac{P}{2} \cdot r \Rightarrow S = 4\sqrt{3}$	2

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det A \neq 0 \Leftrightarrow a^6 - 2a^3 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow (a^3 - 1)^2 \neq 0$	3
	$a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.	2
b)	$\det A \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow (\exists) A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^* \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(a^3 - 1)^2} A^*$	2
	$A^{-1} = \frac{1}{(a^3 - 1)^2} \begin{pmatrix} 1 - a^3 & a^4 - a & 0 \\ 0 & 1 - a^3 & a^4 - a \\ a^4 - a & 0 & 1 - a^3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1 - a^3} \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ 0 & 1 & -a \\ -a & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3
c)	$a = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	1
	$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = 3A, A^3 = 3^2 A$	2
	Se demonstrează prin inducție că $A^n = 3^{n-1} A, \forall n \in \mathbb{N}^*$, deci $A^{2013} = 3^{2012} A$	2
2.a)	$(x - 2)(y - 2) + 2 = xy - 2x - 2y + 6, \forall x, y \in \mathbb{R}$	5

b)	$(x * y) * z = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 6, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	2
	$x * (y * z) = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 6, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	2
	$(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	1
c)	$x * 2 = 2 * x = 2, \forall x \in \mathbb{R}$	2
	$(2^{2013} * 2^{2012} * \dots * 2^2) * 2^1 = 2$	1
	$2 * 2^0 = 2$	1
	$2^{2013} * 2^{2012} * \dots * 2^2 * 2^1 * 2^0 = 2$	1

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{x^2 + 2x}{x-1} \right)' = \frac{(x^2 + 2x)' \cdot (x-1) - (x^2 + 2x) \cdot (x-1)'}{(x-1)^2}$	2
	$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$	3
b)	Ecuția asimptotei oblice este $y = x + 3$.	3
	Ecuția asimptotei verticale este $x = 1$.	2
c)	Ecuția tangentei în punctul $T(x_0, y_0)$ este $y - y_0 = m(x - x_0)$ cu $m = f'(x_0)$.	1
	$m = m_d$ și cum $m_d = -2$ obținem că $f'(x_0) = -2$.	2
	Rezolvarea ecuației $\frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2} = -2$ cu soluțiile $x_1 = 0, x_2 = 2$ și punctele căutate sunt $T_1(0, 0), T_2(2, 8)$.	2
2.a)	F este funcție derivabilă și $F'(x) = \frac{2013x^{2012}}{x^{2013} + 1}, \forall x \in (-1, +\infty)$	3
	$F'(x) = f(x), \forall x \in (-1, +\infty)$	2
b)	$F'(x) = f(x) \geq 0, \forall x \in (-1, +\infty) \Rightarrow F$ este funcție crescătoare pe $(-1, +\infty)$	3
	$\sqrt{\frac{3}{2}} > \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow F\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \geq F\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$	2
c)	$A = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$ deoarece $f(x) \geq 0, \forall x \in [0, 1]$	2
	$A = F(x) \Big _0^1$	2
	$A = \ln 2$	1

Probă scrisă la **MATEMATICĂ**

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii