

➤ Filieră teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze modulul numărului complex  $z = \frac{2+i}{2-i}$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - (a+1)x + 4$ , unde  $a$  este un parametru real. Să se determine valorile lui  $a$  pentru care graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$  în două puncte distincte.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ .
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea  $\{0, 1, 2, 3, \dots, 2013\}$ , acesta să fie divizibil cu 4 și cu 9.
- 5p 5. Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$  știind că  $AB = 1$ ,  $BC = 2$  și  $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$ .
- 5p 6. În reperul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2, 3)$  și  $B(4, -1)$ . Să se determine ecuația mediatoarei segmentului  $AB$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ (3m - 1)x + 2y - mz = 1 \\ 2mx + y - (m + 1)z = 0 \end{cases}$$
, unde  $m$  este un parametru real și  $A$  matricea asociată sistemului.
- 5p a) Să se calculeze  $\det(A)$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Să se rezolve sistemul pentru  $m = 0$ .
- 5p c) Pentru  $m = 1$  să se calculeze inversa matricei  $A$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = -xy + 3x + 3y - 6$ .
- 5p a) Să se calculeze  $C_3^2 \circ A_3^2$ .
- 5p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația  $x \circ x = -13$ .
- 5p c) Arătați că legea „ $\circ$ ” este asociativă.

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & \text{dacă } x \leq 1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă în  $x_0 = 1$ .
- 5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = e$ .
- 5p c) Pentru  $a = -1$  să se determine ecuația asimptotei oblice spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$  se consideră funcțiile  $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}$ .
- 5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 f_1(x) dx$ .
- 5p b) Calculați  $\int_0^1 x^2 f_0(x^3) dx$ .
- 5p c) Să se arate că  $\int_0^1 f_{2011}(x) dx \leq \ln 2$ .