Simulare Examenul de Bacalaureat Naţional – 18.04.2013
Model
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1. Să se arate că pentru orice** $a \in R^*$, **ecuaţia** $ax^2 - (2a+1)x + a + 1 = 0$ **are două soluţii reale distincte.**

5p **2. Se consideră funcţia** $f : R \to R,\ f(x) = x^2 - 11x + 30$. **Să se calculeze** $f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(6)$.

5p **3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia** $2^{x+3} - 2^x = 28$.

5p **4. Să se efectueze** $A_6^2 - 2C_6^4$.

5p **5. Să se determine numărul real a ştiind că vectorii** $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ **şi** $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$ **sunt coliniari.**

5p **6. Să se calculeze** $\sin 135^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul:

$$D(a) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix}$$ **, unde a este un număr real.**

5p **a) Să se calculeze determinantul D(9).**

5p **b) Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia D(a)=0.**

5p **c) Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia D(**3^x**)=0.**

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 2X + 1$ **şi** x_1, x_2, x_3 **rădăcinile sale.**

5p **a) Să se calculeze** $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

5p **b) Să se demonstreze că polinomul f nu are rădăcini întregi.**

5p **c) Să se calculeze valoarea determinantului** $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ 1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & 1 & x_3 \end{vmatrix}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : (0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{x^4}{4} - \ln x$.

5p **a) Să se calculeze** $f'(x),\ x \in (0,\infty)$.

5p **b) Să se determine punctul de extrem al funcţiei** f.

5p **c) Să se demonstreze că** $\ln\sqrt{x} \le \frac{x^2-1}{4}$ **pentru orice** $x \in (0,\infty)$.

2. Se consideră integralele $I_n = \int_0^1 \frac{x^n + 2}{x+1} dx, \ (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ **.**

5p **a) Să se calculeze** I_1 **și** I_2 **.**

5p **b) Să se demonstreze că** $I_{n+1} \leq I_n, \quad (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ **.**

5p **c) Să se arate că** $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1} + 4\ln 2, \quad (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ **).**