

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL  
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI  
26 APRILIE 2013**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

*M\_tehnologic* pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;  
**Orice variantă de rezolvare corectă și completă se punctează corespunzător.**

**SUBIECTUL I**
**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	Dacă notăm cu $q$ rația progresiei, atunci $q = \frac{b_2}{b_1} = 2$  $b_5 = b_1 \cdot q^4$ $b_5 = 2^4 = 16$ Variantă: $q = 2$ , $b_3 = 4, b_4 = 8, b_5 = 16$	2p  1p  2p  2p 3p
<b>2.</b>	$f(1) = -1$ $f(0) = 1$ Finalizare.	2p  2p  1p
<b>3.</b>	Varianta 1: $2 \log_{2013} 4 = \log_{2013} 4^2 = \log_{2013} 16$ $4 \log_{2013} 2 = \log_{2013} 16$ $2 \log_{2013} 4 - 4 \log_{2013} 2 = 0$ Varianta 2: $2 \log_{2013} 4 = 2 \cdot 2 \log_{2013} 2 = 4 \log_{2013} 2$ $2 \log_{2013} 4 - 4 \log_{2013} 2 = 0$	2p 2p 1p  3p 2p
<b>4.</b>	$(\sqrt[3]{x - 2005})^3 = 2^3$ $x - 2005 = 8, x = 2005 + 8,$ $x = 2013$	1p 3p 1p
<b>5.</b>	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ$ $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ + \sin 30^\circ = \cos 45^\circ - \cos 45^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	1p  2p  2p
<b>6.</b>	$A(0,1)$ se află pe dreaptă, rezultă $0 + a \cdot 1 - 1 = 0$ Finalizare, $a = 1$ .	3p 2p

**SUBIECTUL II**
**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  $A^2 + A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  $A^2 + A = I_2$	2p  2p  1p
-------------	--	------------------------

<b>b)</b>	Varianta 1: relația de la punctul a) se scrie $A(A + I_2) = (A + I_2)A = I_2$	2p
	$A^{-1} = A + I_2$	2p
	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	1p
	Varianta 2: $\det(A) = 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = -1 \neq 0$ , matricea este inversabilă	1p
	$A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	1p
	$A^* = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	2p
	finalizare	1p
<b>c)</b>	$xI_2 - A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -1 \\ -1 & x+1 \end{pmatrix}$	1p
	$\det(xI_2 - A) = x^2 + x - 1$	2p
	Rezolvarea ecuației $x^2 + x - 1 = 1$ ; $x_1 = 1, x_2 = -2$	2p
<b>2.a)</b>	$f(\hat{1}) = \hat{1}^3 + \hat{2} \cdot \hat{1}$	2p
	$f(\hat{1}) = \hat{1} + \hat{2} = \hat{3} = \hat{0}$	3p
<b>b)</b>	Din a) $f(\hat{1}) = \hat{0} \Rightarrow \hat{1}$ rădăcină	2p
	Prin calcul $f(\hat{0}) = \hat{0}, f(\hat{2}) = \hat{0}$ ,	2p
	Rădăcinile polinomului sunt $\hat{0}, \hat{1}$ și $\hat{2}$	1p
<b>c)</b>	Din b) rezultă $X - \hat{1} / f, X - \hat{0} / f, X - \hat{2} / f$	3p
	$f = X(X + \hat{1})(X + \hat{2})$	2p
	Variantă: $f = X(X^2 + \hat{2})$	3p
	Finalizare	2p

**SUBIECTUL III**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$	3p
	$f'(0) = \frac{-2 \cdot 0}{1} = 0$	2p
	Variantă: $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$	2p
	Calcul limită	2p
	$f'(0) = 0$	1p
<b>b)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$	1p
	Pe $(-\infty, 0), f'(x) > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare	2p
	Pe $(0, \infty), f'(x) < 0 \Rightarrow f$ strict descrescătoare	2p
<b>c)</b>	Din b) $f'(x) < 0$ , pentru $x > 0$ , implică $f$ descrescătoare pe $[0, 1]$	2p
		2p

	$f(0) = 2$ este cea mai mare valoare a funcției, iar $f(1) = \frac{3}{2}$ cea mai mică valoare pe interval Finalizare $\frac{3}{2} \leq f(x) \leq 2$	<b>1p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (f(x) - \sqrt{x}) dx = \int_0^1 (\sqrt{x} + 2013 - \sqrt{x}) dx = \int_0^1 2013 dx$ $\int_0^1 2013 dx = 2013x \Big _0^1 = 2013$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	<p>Dacă <math>x \in [0, 2]</math>, funcția <math>h(x) = f(x) - 2013 = \sqrt{x}</math> este continuă și pozitivă <math>\Rightarrow</math></p> $V = \pi \int_0^2 h^2(x) dx$ $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x})^2 dx$ $V = \pi \int_0^2 x dx = \pi \left( \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^2 = \pi \left( \frac{4}{2} - 0 \right) = 2\pi$	<b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	<p><math>F</math> derivabilă pe intervalul de definiție și verificăm faptul că <math>F'(x) = f(x)</math>, pentru oricare <math>x \in [0, \infty)</math></p> $F'(x) = \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2013x \right)' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 2013 = \sqrt{x} + 2013 = f(x), \text{ oricare } x \in [0, \infty), \text{ în}$ <p>concluzie <math>F</math> este o primitivă a funcției <math>f</math> pe intervalul de definiție.</p>	<b>2p</b> <b>3p</b>