

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații: $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 5$. Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{5}{4}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1} + 5^x = 150$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2, -1)$ și dreapta d de ecuație $2x - 3y - 3 = 0$. Determinați distanța de la punctul A la dreapta d .
- 5p 6. Calculați $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 120^\circ}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că matricea A este inversabilă.
- 5p b) Verificați dacă $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, unde A^{-1} este inversa matricei A .
- 5p c) Rezolvați ecuația $X \cdot A = B$, $X \in M_3(\mathbb{R})$.
2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ și polinomul $f = \hat{2}X^3 + X^2 + mX + \hat{1} \in \mathbb{Z}_5[X]$.
- 5p a) Calculați suma elementelor lui \mathbb{Z}_5 .
- 5p b) Determinați $m \in \mathbb{Z}_5$ pentru care polinomul f este divizibil cu $X - \hat{1}$.
- 5p c) Pentru $m = \hat{1}$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.
- 5p a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
- 5p b) Determinați ecuațiile asimptotelor verticale la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $-\frac{2}{3} \leq f(x) \leq \frac{2}{3}$, oricare ar fi $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \leq 0 \\ \frac{x}{x+1}, & x > 0 \end{cases}$.
- 5p a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p b) Calculați $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$.
- 5p c) Determinați aria suprafeței determinată de dreptele de ecuații $x = 1, x = 2$, axa Ox și graficul funcției f .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru efectiv: 3 ore